Системы счисления

2016

Соловьева Аделия

20.11.2016

**Оглавление**

[Системы счисления 2](#_Toc467428301)

[Основные понятия систем счисления 2](#_Toc467428302)

[Виды систем счисления 2](#_Toc467428303)

[Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую 6](#_Toc467428304)

[Кодирование числовой информации 10](#_Toc467428305)

[Представление числовой информации с помощью систем счисления 10](#_Toc467428306)

[Перевод чисел в позиционных системах счисления 13](#_Toc467428307)

[Арифметические операции в позиционных системах счисления 15](#_Toc467428308)

[Двоичное кодирование чисел в компьютере 18](#_Toc467428309)

[Предметный указатель 20](#_Toc467428310)

# [Системы счисления](https://www.google.ru/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0ahUKEwi0ie3M2rfQAhXB2SwKHXnqB54QFggjMAI&url=https%3A%2F%2Fru.wikipedia.org%2Fwiki%2F%25D0%25A1%25D0%25B8%25D1%2581%25D1%2582%25D0%25B5%25D0%25BC%25D0%25B0_%25D1%2581%25D1%2587%25D0%25B8%25D1%2581%25D0%25BB%25D0%25B5%25D0%25BD%25D0%25B8%25D1%258F&usg=AFQjCNHxnAYP4I5BVzQ79mT0gWRt13styw&sig2=1uBvMd8y_agpjsivFAhOAQ&bvm=bv.138493631,bs.1,d.bGg)

## О

## сновные понятия систем счисления

Система счисления - это совокупность правил и приемов записи чисел с помощью набора цифровых знаков. Количество цифр, необходимых для записи числа в системе, называют основанием системы счисления. Основание системы записывается в справа числа в нижнем индексе:**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris2.gif; http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris3.gif; http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris4.gif**и т. д.

Различают два типа систем счисления:

позиционные, когда значение каждой цифры числа определяется ее позицией в записи числа;

непозиционные, когда значение цифры в числе не зависит от ее места в записи числа.

Примером непозиционной системы счисления является римская: числа IX, IV, XV и т.д. Примером позиционной системы счисления является десятичная система, используемая повседневно.

Любое целое число в позиционной системе можно записать в форме многочлена:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula2.gif**

Рисунок 1

где S - основание системы счисления;

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris5.gif**- цифры числа, записанного в данной системе счисления;

n - количество разрядов числа.

Пример. Число***http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris6.gif***

Рисунок 2

запишется в форме многочлена следующим образом:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula3.gif**

Рисунок 3

### Виды систем счисления

Римская система счисления является непозиционной системой. В ней для записи чисел используются буквы латинского алфавита. При этом буква I всегда означает единицу, буква - V пять, X - десять, L - пятьдесят, C - сто, D - пятьсот, M - тысячу и т.д. Например, число 264 записывается в виде CCLXIV. При записи чисел в римской системе счисления значением числа является алгебраическая сумма цифр, в него входящих. При этом цифры в записи числа следуют, как правило, в порядке убывания их значений, и не разрешается записывать рядом более трех одинаковых цифр. В том случае, когда за цифрой с большим значением следует цифра с меньшим, ее вклад в значение числа в целом является отрицательным. Типичные примеры,иллюстрирующиеобщиеправила записи чисел в римской системасчисления**,** приведенывтаблице**.**

Таблица 1. Запись чисел в римской системе счисления

Таблица 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **I** | **II** | **III** | **IV** | **V** |
| **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **VI** | **VII** | **VIII** | **IX** | **X** |
| **11** | **13** | **18** | **19** | **22** |
| **XI** | **XIII** | **XVIII** | **XIX** | **XXII** |
| **34** | **39** | **40** | **60** | **99** |
| **XXXIV** | **XXXIX** | **XL** | **LX** | **XCIX** |
| **200** | **438** | **649** | **999** | **1207** |
| **CC** | **CDXXXVIII** | **DCXLIX** | **CMXCIX** | **MCCVII** |
| **2045** | **3555** | **3678** | **3900** | **3999** |
| **MMXLV** | **MMMDLV** | **MMMDCLXXVIII** | **MMMCM** | **MMMCMXCIX** |

Недостатком римской системы является отсутствие формальных правил записи чисел и, соответственно, арифметических действий с многозначными числами. По причине неудобства и большой сложности в настоящее время римская система счисления используется там, где это действительно удобно: в литературе (нумерация глав), в оформлении документов (серия паспорта, ценных бумаг и др.), в декоративных целях на циферблате часов и в ряде других случаев.

[Десятичная система счисления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D1%81%D1%8F%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)– в настоящее время наиболее известная и используемая. Изобретение десятичной системы счисления относится к главным достижениям человеческой мысли. Без нее вряд ли могла существовать, а тем более возникнуть современная техника. Причина, по которой десятичная система счисления стала общепринятой, вовсе не математическая. Люди привыкли считать в десятичной системе счисления, потому что у них по 10 пальцев на руках.

Древнее изображение десятичных цифр не случайно: каждая цифра обозначает число по количеству углов в ней. Например, 0 - углов нет, 1 - один угол, 2 - два угла и т.д. Написание десятичных цифр претерпело существенные изменения. Форма, которой мы пользуемся, установилась в XVI веке.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris7.gif**

Рисунок 4

Десятичная система впервые появилась в Индии примерно в VI веке новой эры. Индийская нумерация использовала девять числовых символов и нуль для обозначения пустой позиции. В ранних индийских рукописях, дошедших до нас, числа записывались в обратном порядке - наиболее значимая цифра ставилась справа. Но вскоре стало правилом располагать такую цифру с левой стороны. Особое значение придавалось нулевому символу, который вводился для позиционной системы обозначений. Индийская нумерация, включая нуль , дошла и до нашего времени. В Европе индусские приёмы десятичной арифметики получили распространение в начале ХIII в. благодаря работам итальянского математика Леонардо Пизанского (Фибоначчи). Европейцы заимствовали индийскую систему счисления у арабов, назвав ее арабской. Это исторически неправильное название удерживается и поныне.

Десятичная система использует десять цифр – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, а также символы “+” и “–” для обозначения знака числа и запятую или точку для разделения целой и дробной частей числа.

В вычислительных машинах используется [двоичная система](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B2%D0%BE%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D1%81%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) счисления, её основание - число 2. Для записи чисел в этой системе используют только две цифры - 0 и 1. Вопреки распространенному заблуждению, двоичная система счисления была придумана не инженерами-конструкторами ЭВМ, а математиками и философами задолго до появления компьютеров, еще в ХVII - ХIХ веках. Первое опубликованное обсуждение двоичной системы счисления принадлежит испанскому священнику Хуану Карамюэлю Лобковицу (1670 г.). Всеобщее внимание к этой системе привлекла статья немецкого математика Готфрида Вильгельма Лейбница, опубликованная в 1703 г. В ней пояснялись двоичные операции сложения, вычитания, умножения и деления. Лейбниц не рекомендовал использовать эту систему для практических вычислений, но подчёркивал её важность для теоретических исследований. Со временем двоичная система счисления становится хорошо известной и получает развитие.

Выбор двоичной системы для применения в вычислительной технике объясняется тем, что электронные элементы - триггеры, из которых состоят микросхемы ЭВМ, могут находиться только в двух рабочих состояниях.

С помощью двоичной системы кодирования можно зафиксировать любые данные и знания. Это легко понять, если вспомнить принцип кодирования и передачи информации с помощью азбуки Морзе. Телеграфист, используя только два символа этой азбуки - точки и тире, может передать практически любой текст.

Двоичная система удобна для компьютера, но неудобна для человека: числа получаются длинными и их трудно записывать и запоминать. Конечно, можно перевести число в десятичную систему и записывать в таком виде, а потом, когда понадобится перевести обратно, но все эти переводы трудоёмки. Поэтому применяются системы счисления, родственные двоичной - восьмеричная и шестнадцатеричная. Для записи чисел в этих системах требуется соответственно 8 и 16 цифр. В 16-теричной первые 10 цифр общие, а дальше используют заглавные латинские буквы. Шестнадцатеричная цифра A соответствует десятеричному числу 10, шестнадцатеричная B – десятичному числу 11 и т. д. Использование этих систем объясняется тем, что переход к записи числа в любой из этих систем от его двоичной записи очень прост. Ниже приведена таблица соответствия чисел, записанных в разных системах.

Таблица 2. Соответствие чисел, записанных в различных системах счисления

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Десятичная** | **Двоичная** | **Восьмеричная** | **Шестнадцатеричная** |
| **1** | **001** | **1** | **1** |
| **2** | **010** | **2** | **2** |
| **3** | **011** | **3** | **3** |
| **4** | **100** | **4** | **4** |
| **5** | **101** | **5** | **5** |
| **6** | **110** | **6** | **6** |
| **7** | **111** | **7** | **7** |
| **8** | **1000** | **10** | **8** |
| **9** | **1001** | **11** | **9** |
| **10** | **1010** | **12** | **A** |
| **11** | **1011** | **13** | **B** |
| **12** | **1100** | **14** | **C** |
| **13** | **1101** | **15** | **D** |
| **14** | **1110** | **16** | **E** |
| **15** | **1111** | **17** | **F** |
| **16** | **10000** | **20** | **10** |

### Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

Перевод чисел из одной системы счисления в другую составляет важную часть машинной арифметики. Рассмотрим основные правила перевода.

1. Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 2, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula4.gif**

Рисунок 5

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней двойки:

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **n (степень)** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris10.gif** | **1** | **2** | **4** | **8** | **16** | **32** | **64** | **128** | **256** | **512** | **1024** |

Таблица 3. Степени числа 2

Пример . Число**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris11.gif**

Рисунок 6

перевести в десятичную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula5.gif**

Рисунок 7

2. Для перевода восьмеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 8, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula6.gif**

Рисунок 8

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки:

Таблица 5. Степени числа 8

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **n (степень)** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris8.gif** | **1** | **8** | **64** | **512** | **4096** | **32768** | **262144** |

Пример . Число**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris12.gif**

Рисунок 9

перевести в десятичную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula7.gif**

Рисунок 10

3. Для перевода шестнадцатеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 16, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula8.gif**

Рисунок 11

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней числа 16:

Таблица 5. Степени числа 16

Таблица 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **n (степень)** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris9.gif** | **1** | **16** | **256** | **4096** | **65536** | **1048576** | **16777216** |

Пример . Число**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris13.gif**

Рисунок 12

перевести в десятичную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/formula9.gif**

Рисунок 13

4. Для перевода десятичного числа в двоичную систему его необходимо последовательно делить на 2 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 1. Число в двоичной системе записывается как последовательность последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris14.gif перевести в двоичную систему счисления.

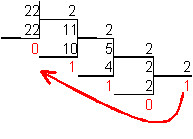
****

Рисунок 14

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris16.gif**

Рисунок 15

5. Для перевода десятичного числа в восьмеричную систему его необходимо последовательно делить на 8 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 7. Число в восьмеричной системе записывается как последовательность цифр последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris17.gif

Рисунок 16

перевести в восьмеричную систему счисления.

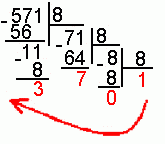
****

Рисунок 17

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris18.gif**

Рисунок 18

6. Для перевода десятичного числа в шестнадцатеричную систему его необходимо последовательно делить на 16 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 15. Число в шестнадцатеричной системе записывается как последовательность цифр последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris19.gif

Рисунок 19

перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

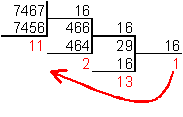
****

Рисунок 20

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris21.gif**

Рисунок 21

7. Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой (табл. 3).

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris22.gif

Рисунок 22

перевести в восьмеричную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris23.gif

Рисунок 23

8. Чтобы перевести число из двоичной системы в шестнадцатеричную, его нужно разбить на тетрады (четверки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую тетраду нулями, и каждую тетраду заменить соответствующей восьмеричной цифрой (табл. 3).

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris24.gif

Рисунок 24

 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris25.gif

Рисунок 25

9. Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой.

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris26.gif

Рисунок 26

 перевести в двоичную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris27.gif

Рисунок 27

10. Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной тетрадой.

Пример. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris33.gif

Рисунок 28

 перевести в двоичную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris34.gif

Рисунок 29

11. При переходе из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно, необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

Пример 1. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris29.gif

Рисунок 30

 перевести в восьмеричную систему счисления.

http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris30.gif

Рисунок 31

Пример 2. Число http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris31.gif

Рисунок 32

 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

**http://inf.e-alekseev.ru/extra/ris32.gif**

Рисунок 33

## К

## одирование числовой информации

### Представление числовой информации с помощью систем счисления

Для записи информации о количестве объектов используются числа. Числа записываются с использованием особых знаковых систем, которые называются **системами счисления**. Алфавит системы счисления состоит из символов, которые называются цифрами.

***Система счисления****- это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.*

Все системы счисления делятся на две большие группы: позиционные и непозиционные. В позиционных системах счисления количественное значение цифры зависит от ее положения в числе, а в непозиционных — не зависит.

**Непозиционные системы счисления.** Как только люди начали считать, у них появилась потребность в записи чисел. Находки археологов на стоянках первобытных людей свидетельствуют о том, что первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-либо значков: зарубок, черточек, точек.

Такая система записи чисел называется **единичной**, так как любое число в ней образуется путем повторения одного знака, символизирующего единицу. Единичной системой счисления пользуются малыши, показывая на пальцах свой возраст или используя для этого счетные палочки.

Примером непозиционной системы, которая сохранилась до наших дней, может служить **римская система счисления**, которая начала применяться более двух с половиной тысяч лет назад в Древнем Риме. В основе римской системы счисления лежат знаки I (один палец) для числа 1, V (раскрытая ладонь) для числа 5, X (две сложенные ладони) для числа 10, а для обозначения чисел 100, 500 и 1000 используются латинские буквы С, D и М.

В римской системе счисления количественное значение цифры не зависит от ее положения в числе. Например, в римском числе XXX (30) цифра X встречается трижды и в каждом случае обозначает одну и ту же величину — число 10, три раза по 10 в сумме дают 30.

Чтобы записать число в римской системе счисления, необходимо разложить его на сумму тысяч, полутысяч, сотен, полусотен, десятков, пятков, единиц. Например, десятичное число 28 представляется следующим образом:

XXVIII =10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 (два десятка, пяток, три единицы).

При записи чисел в римской системе счисления применяется правило: каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него, в остальных случаях знаки складываются. Например, римское число IX обозначает 9 (-1 + 10), а XI обозначает 11 (10 + 1). Число 99 имеет следующее представление в римской системе счисления: XCIX = -10 + 100 - 1 + 10.

**Позиционные системы счисления**. Каждая позиционная система счисления имеет определенный алфавит цифр и основание. **Основание системы** равно количеству цифр (знаков) в ее алфавите.

В позиционных системах счисления количественное значение цифры зависит от ее позиции в числе. Позиция цифры в числе называется **разрядом**. Разряды числа возрастают справа налево, от младших разрядов к старшим, причем значения одинаковых цифр, стоящих в соседних разрядах числа, различаются на величину основания.

В настоящее время наиболее распространенными позиционными системами счисления являются десятичная и двоичная. Десятичная система счисления имеет алфавит цифр, который состоит из десяти всем известных, так называемых арабских цифр {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Алфавит двоичной системы - две цифры {0, 1} (табл. 4.1).

|  |
| --- |
| Таблица 6. Позиционные системы счисления |
| Таблица 6   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Система счисления | Основание | Алфавит цифр | | Десятичная | 10 | 0, 1,2,3,4,5,6,7,8,9 | | Двоичная | 2 | 0, 1 | |

Десятичная система счисления. В десятичной системе счисления цифра в крайней справа позиции обозначает единицы, цифра, смещенная на одну позицию влево, обозначает десятки, еще левее - сотни, затем тысячи и т. д. Рассмотрим в качестве примера десятичное число 555. Цифра 5 встречается в числе трижды, причем самая правая обозначает пять единиц, вторая справа - пять десятков и, наконец, третья - пять сотен.

Выше десятичное число 555 было записано в привычной для нас **свернутой форме**. Мы настолько привыкли к такой форме записи, что уже не замечаем, как в уме умножаем цифры числа на различные степени числа 10, которое является основанием десятичной системы счисления.

В **развернутой форме** записи числа умножение цифр числа на основание производится в явной форме. Так, в развернутой форме запись числа 555 в десятичной системе будет выглядеть следующим образом:

55510 = 5  102 + 5  101 + 5  100.

Для записи десятичных дробей используются разряды с отрицательными значениями степеней основания. Например, число 555,55 в развернутой форме будет записываться следующим образом:

555,5510 = 5  102 + 5  101 + 5  100 + 5  10-1 + 5  10-2.

Число в позиционной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней основания, в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

Умножение или деление десятичного числа на 10 (величину основания) приводит к перемещению запятой, отделяющей целую часть от дробной, на один разряд соответственно вправо или влево. Например:

555,5510  10 = 5555,510,

555,5510 : 10 = 55,55510.

Двоичная система счисления. Числа в двоичной системе в развернутой форме записываются в виде суммы ряда степеней основания 2 с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры 0 или 1.

Например, развернутая запись двоичного числа выглядит следующим образом:

А2 = 1  22 + 0  21 + 1  20 + 0  2-1 + 1  2-2.

Это же число в свернутой форме:

А2 = 101,012.

Умножение или деление двоичного числа на 2 (величину основания) приводит к перемещению запятой, отделяющей целую часть от дробной, на один разряд соответственно вправо или влево. Например:

101,012  2 = 1010,12,

101,012 : 2 = 10,1012.

Первая позиционная система счисления была придумана еще в древнем Вавилоне, причем вавилонская нумерация была шестидесятеричной, т. е. в ней использовалось шестьдесят цифр! Интересно, что до сих пор при измерении времени мы используем основание 60 (в 1 минуте содержится 60 секунд, а в 1 часе - 60 минут).

В XIX веке довольно широкое распространение получила двенадцатеричная система счисления. До сих пор мы часто употребляем дюжину (число 12): в сутках две дюжины часов, круг содержит тридцать дюжин градусов и т. д.

В информатике широко используются восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. В восьмеричной системе основание равно 8 и алфавит состоит из восьми цифр {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Запишем восьмеричное число 77 в свернутой и развернутой формах и переведем его в десятичную систему счисления:

778 = 7  81 + 7  80 = 6310.

В шестнадцатеричной системе основание равно 16 и алфавит состоит из шестнадцати цифр {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, А, В, С, D, E, F}, причем первые десять цифр имеют общепринятое обозначение, а для записи остальных цифр {10, 11, 12, 13, 14, 15} используются первые шесть букв латинского алфавита. Запишем шестнадцатеричное число в свернутой и развернутой формах и переведем его в десятичную систему счисления:

ABCDEF16 = А  165 + В  164 + C  163 + D  162 + Е  161 + F  160 = 10  165 + 11  164 + 12  163 + 13  162 + 14  161 + 15  160 = 1125937510.

### Перевод чисел в позиционных системах счисления

Человек использует десятичную систему счисления, а компьютер - двоичную систему счисления. Поэтому часто возникает необходимость перевода чисел из десятичной системы в двоичную и наоборот.

**Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления.** Преобразование чисел из двоичной системы счисления в десятичную выполнить довольно легко. Для этого необходимо записать двоичное число в развернутой форме и вычислить его значение.

Возьмем любое двоичное число, например 10,112. Запишем его в развернутой форме и произведем вычисления:

10,112 = 1  21 + 0  20 + 1  2-1 + 1  2-2 = 1  2 + 0  1 + 1  1/2 + 1  1/4 = 2,7510.

**Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления.** Алгоритм перевода целого десятичного числа в двоичное следующий:

1. последовательно выполнять деление исходного целого десятичного числа и получаемых целых частных на основание системы счисления (на 2) до тех пор, пока частное от деления не окажется равным нулю;
2. получить искомое двоичное число, для чего записать полученные остатки в обратной последовательности.

В качестве примера рассмотрим перевод десятичного числа 1910 в двоичную систему счисления, записывая результаты в таблицу (табл. 4.2).

|  |
| --- |
| Перевод целого числа из десятичной системы счисления в двоичную |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo5.gif  Рисунок 34 |

В результате получаем двоичное число:

А2 = 100112.

Перевод десятичных дробей в двоичную систему счисления. Алгоритм перевода десятичной дроби в двоичную следующий:

1. последовательно выполнять умножение исходной десятичной дроби и получаемых дробей на основание системы (на 2) до тех пор, пока не получим нулевую дробную часть или не будет достигнута требуемая точность вычислений
2. получить искомую двоичную дробь, записав полученные целые части произведений в прямой последовательности.

В качестве примера рассмотрим перевод десятичной дроби 0,7510 в двоичную систему, записывая результаты в таблицу (табл. 4.3).

|  |
| --- |
| . Перевод дробного числа из десятичной системы счисления в двоичную |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo6.gif  Рисунок 35 |

В результате получаем двоичную дробь:

А2 = 0,112.

Перевод чисел, содержащих и целую, и дробную часть, производится в два этапа. Отдельно переводится по соответствующему алгоритму целая часть и отдельно - дробная. В итоговой записи полученного числа целая часть от дробной отделяется запятой.

## А

## рифметические операции в позиционных системах счисления

Арифметические операции во всех позиционных системах счисления выполняются по одним и тем же хорошо известным вам правилам.

* Сложение
* Вычитание
* Умножение
* Деление

**Сложение.**

Рассмотрим сложение чисел в двоичной системе счисления. В его основе лежит таблица сложения одноразрядных двоичных чисел:

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1,

1 + 0 = 1,

1 + 1 = 10.

Важно обратить внимание на то, что при сложении двух единиц происходит переполнение разряда и производится перенос в старший разряд. Переполнение разряда наступает тогда, когда величина числа в нем становится равной или большей основания системы счисления, для двоичной системы счисления - большей или равной 2.

Сложение многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей сложения с учетом возможных переносов из младших разрядов в старшие. В качестве примера сложим в столбик двоичные числа 1102 и 112.

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo7.gif  Рисунок 36 |

Проверим правильность вычислений сложением в десятичной системе счисления. Переведем двоичные числа в десятичную систему счисления и затем их сложим.

1102 = 1  22 + 1  21 + 0  20 = 610

112 = 1  21 + 1  20 = 310

610 + 310 = 910

Теперь переведем результат двоичного сложения в десятичное число.

10012 = 1  23 + 0  22 + 0  21 + 1  20 = 910

* 1. 2333

Сравнение результатов показывает, что сложение выполнено правильно.

**Вычитание.**

Рассмотрим вычитание двоичных чисел. В его основе лежит таблица вычитания одноразрядных двоичных чисел. При вычитании из меньшего числа (0) большего (1) производится заем из старшего разряда. В таблице заем обозначен 1 с чертой.

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo8.gif  Рисунок 37 |

Вычитание многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей вычитания с учетом возможных заемов из старших разрядов. В качестве примера произведем вычитание двоичных чисел 1102 и 112.

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo9.gif  Рисунок 38 |

**Умножение.**

В основе умножения лежит таблица умножения одноразрядных двоичных чисел:

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo10.gif  Рисунок 39 |

Умножение многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей умножения по обычной схеме, применяемой в десятичной системе счисления с последовательным умножением множимого на очередную цифру множителя. В качестве примера произведем умножение двоичных чисел 1102 и 112.

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo11.gif  Рисунок 40 |

**Деление.**

Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в десятичной системе счисления. В качестве примера произведем деление двоичного числа 1102 на 112.

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo12.gif  Рисунок 41 |

Для проведения арифметических операций над числами, выраженными в различных системах счисления, необходимо предварительно перевести их в одну и ту же систему.

## Д

## воичное кодирование чисел в компьютере

Числа в компьютере хранятся и обрабатываются в двоичной системе счисления. Оперативная память компьютера состоит из ячеек, в каждой из которых может храниться 8 битов информации, т. е. 8 разрядов двоичного числа.

Целые числа в компьютере хранятся в памяти в формате **с фиксированной запятой**. В этом случае каждому разряду ячейки памяти соответствует всегда один и тот же разряд числа, а запятая находится справа после младшего разряда, т. е. вне разрядной сетки.

Для хранения **целых неотрицательных чисел** отводится одна ячейка памяти (8 битов). Например, число А2 = 111100002 будет храниться в ячейке памяти следующим образом, посмотрев на Рис.2:

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo13.gif  Рисунок 42 |
|  |

* + 1. Определим диапазон чисел, которые могут храниться в оперативной памяти в формате целого неотрицательного числа. Минимальное число записывается в восьми разрядах памяти восемью нулями и равно 0. Максимальное число записывается восемью единицами и равно:

А = 1  27 +1  26 +1  25 + 1  24 + 1  23 + 1  22 + 1  21 + 1  20 = 1  28 - 1 = 25510.

Таким образом, диапазон изменения целых неотрицательных чисел - от 0 до 255.

Для хранения **целых[[1]](#endnote-1) чисел со знаком** отводится две ячейки памяти (16 битов), причем старший (левый) разряд отводится под знак числа (если число положительное, то в знаковый разряд записывается 0, если число отрицательное, записывается 1).

Например, отрицательное число -200210 = 111110100102 будет представлено в 16-разрядном представлении следующим образом, посмотрев на Рис.1:

|  |
| --- |
| http://www.5byte.ru/9/images/predinfo14.gif  Рисунок 43 |
|  |

Максимальное положительное число (с учетом выделения одного разряда на знак) для данного формата представления равно:

А = 215 - 1 = 32 76710.

Достоинствами представления чисел в формате с фиксированной запятой являются простота и наглядность представления чисел, а также простота алгоритмов реализации арифметических операций. Недостатком является небольшой диапазон представления величин, недостаточный для решения математических, физических, экономических и других задач, в которых используются как очень малые дробные, так и очень большие числа.

Для представления чисел в диапазоне от очень маленьких дробей до очень больших чисел с высокой точностью используется формат **с плавающей[[2]](#footnote-1) запятой**. В этом случае положение запятой в записи числа может изменяться. Число в форме с плавающей запятой занимает в памяти компьютера 4 байта (**число обычной точности**) или 8 байтов (**число двойной точности**).



Предметный указатель

В

**Вычитание.**, 16

Д

**Деление**, 18

Е

**единичной**, 11

Н

**Непозиционные**, 11

П

**Позиционные**, 11

Р

**развернутой**, 12

**разрядом**, 11

С

**свернутой**, 12

***Система***, 10

**Сложение**, 15

У

**Умножение**, 17

Формула 1

Формула 2

Формула 3

[Таблица 1 3](#_Toc467500973)

[Таблица 2 5](#_Toc467500974)

[Таблица 3 7](#_Toc467500975)

[Таблица 4 7](#_Toc467500976)

[Таблица 5 8](#_Toc467500977)

[Таблица 6 1](#_Toc467500978)

[Рисунок 1 2](#_Toc467500930)

[Рисунок 2 2](#_Toc467500931)

[Рисунок 3 2](#_Toc467500932)

[Рисунок 4 4](#_Toc467500933)

[Рисунок 5 6](#_Toc467500934)

[Рисунок 6 7](#_Toc467500935)

[Рисунок 7 7](#_Toc467500936)

[Рисунок 8 7](#_Toc467500937)

[Рисунок 9 8](#_Toc467500938)

[Рисунок 10 8](#_Toc467500939)

[Рисунок 11 8](#_Toc467500940)

[Рисунок 12 8](#_Toc467500941)

[Рисунок 13 9](#_Toc467500942)

[Рисунок 14 9](#_Toc467500943)

[Рисунок 15 9](#_Toc467500944)

[Рисунок 16 9](#_Toc467500945)

[Рисунок 17 9](#_Toc467500946)

[Рисунок 18 10](#_Toc467500947)

[Рисунок 19 10](#_Toc467500948)

[Рисунок 20 10](#_Toc467500949)

[Рисунок 21 10](#_Toc467500950)

[Рисунок 22 10](#_Toc467500951)

[Рисунок 23 10](#_Toc467500952)

[Рисунок 24 11](#_Toc467500953)

[Рисунок 25 11](#_Toc467500954)

[Рисунок 26 11](#_Toc467500955)

[Рисунок 27 11](#_Toc467500956)

[Рисунок 28 11](#_Toc467500957)

[Рисунок 29 11](#_Toc467500958)

[Рисунок 30 11](#_Toc467500959)

[Рисунок 31 11](#_Toc467500960)

[Рисунок 32 11](#_Toc467500961)

[Рисунок 33 1](#_Toc467500962)

[Рисунок 34 4](#_Toc467500963)

[Рисунок 35 4](#_Toc467500964)

[Рисунок 36 0](#_Toc467500965)

[Рисунок 37 1](#_Toc467500966)

[Рисунок 38 2](#_Toc467500967)

[Рисунок 39 2](#_Toc467500968)

[Рисунок 40 3](#_Toc467500969)

[Рисунок 41 3](#_Toc467500970)

[Рисунок 42 0](#_Toc467500971)

[Рисунок 43 0](#_Toc467500972)

[Формула 1 2](#_Toc467500979)

[Формула 2 2](#_Toc467500980)

[Формула 3 2](#_Toc467500981)

1. Ф., К. (б.д.). *Превращение.* 1700. [↑](#endnote-ref-1)
2. Не точный [↑](#footnote-ref-1)